

Олимпиадалық есептерді теңдеулер, теңдеулер жүйесі арқылы шешу

Есеп 1. Ақданың ойлаған санынан ең үлкен бір таңбалы санды азайтып, нәтижеге ең кіші екі таңбалы санды қосқанда 100 шықты. Ақдана қандай сан ойлады?

Шешуі: сан – x

Теңдеу құрамыз: $(x-9) + 11 = 100$

$$x - 9 = 99$$

$$x = 108$$

Жауабы: 108.

Есеп 2 Қанаттан «сыныпта неше қыз бала бар?» - деп сұрағанда, ол «қыз балалардың санынан ең кіші екі таңбалы санды азайтып, нәтижеге 80 – ді қосса, 88 шығады» деп жауап берді. Сыныпта неше қыз бар?

Шешуі: қыздар саны – x

Теңдеу құрамыз: $(x - 11) + 80 = 88$

$$x - 11 = 8$$

$$x = 19$$

Жауабы: 19 қыз.

Есеп 3. Мерген нысанаға 10 рет атып, 90 ұпай жинады. Оның төртеуін ондыққа, сегіздікке және жетілікке тигізді. Ол тоғыздыққа нешеуін, сегіздікке нешеуін, жетілікке нешеуін тигізді?

Шешуі: $7 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 10 \cdot 4 = 90$ болғандықтан, жетілікке біреуін, сегіздікке екеуін, тоғыздыққа үшеуін, ондыққа төртеуін тигізгені

Есеп 4. Қыңырдың есептер.

Есепке құмар бір кісі қыңырдан:

- Жасың нешеде? – деп сұрапты. Сонда ол: «Менің 3 жылдан кейінгі жасымда үш еселенің, содан соң 3 жыл бұрынғы жасымды үш еселенің. Алғашқы көбейтіндіден соңғы нәтижені шегеріңіз. Сонда менің жасымды табасыз. Ол кісі нешеде?»

Шешуі: Қыңырдың қазіргі жасын $-x$ десек, есеп шарты бойынша:

$$3(x+3) - 3(x-3) = 3x+9 - 3x + 9 = 18$$

Тексеруі: $18+3=21$; $18-3=15$; $21 \times 3 - 3 \times 15 = 63 - 45 = 18$. Жауабы: Қыңырдың жасы 18 - де.

Есеп 5. Аулада тауықтар мен лақтар бар. Олардың 19 басы және 46 аяғы бар. Аулада неше тауық және лақ бар?

Белгісізге белгілеу енгіземіз:

Бастары: тауық – x Аяқтары: тауық – $2x$
Лақ – y лақ – $4y$

Теңдеулер жүйесін құрамыз

$$38 - 2y + 4y = 46, \quad 2y = 46 - 38, \quad 2y = 8, \quad y = 4$$

$$x = 19 - 4, \quad x = 15$$

Шешімдерін зерттеу:

тауық – 15

лақ – 4

бастарының саны: $15 + 4 = 19$

аяқтарының саны: $2 \cdot 15 = 30$

Есептің жауабы: 15 – тауық

4 – лақ

Сонда Теңдеулер жүйесі шығады.

Балапан – 23

Көжек – 12

Бастарының саны $23+12=35$

Аяқтарының саны 2

Жауабы: 23 балапан, 12 көжек.

Есеп 6. Әкесі балаларына: «Міне, сендерге 130 жаңғақ беремін. Оларды екі бөлікке бөлгенде, 4 еселенген кіші бөлігі, үлкен бөлігін 3 есе кеміткенге тең болсын». Мұны қалай жасауға болады?

Шешуі: Кіші бөлігін x деп белгілейік, сонда $(130-x)$ – жаңғақтың үлкен бөлігі болсын. Сонда $4x = (130-x)$ теңдеуін аламыз. $12x = 130-x$, $13x = 130$, $x=10$ шығады. Кіші бөлігінде - 10 жаңғақ, ал үлкен бөлігінде - 120

Жауабы: 10 жаңғақ және 120 жаңғақтан екі үймеге келтіреміз.

Есеп 7. $x^2 = y^2 + 77$ теңдеуін қанағаттандыратын, барлық x және y натурал сан жұптарын табыңдар.

Шешуі: y^2 –ты теңдеудің сол жағына шығарып, $x^2 - y^2 = 77$ теңдігін шығарамыз. Квадраттардың айырмасының формуласын пайдаланып, сол жағын көпмүшеліктерге жіктейміз: $(x+y)(x-y) = 77$. Натурал сандар болатын 77 санына тең көпмүшеліктерді жазып аламыз: 1 және 77, 77 және 1, 11 және 7, 7 және 11. Жүйелерді құрып және оларды шығарайық.

$$x - y = 1, \quad 2x = 78, \quad x = 39, \quad y = 77 - 39 = 38, \text{ бұдан сандар жұбы } (39; 38)$$

$$x + y = 77 \text{ шығады. } x - y = 77, \quad 2x = 78, \quad x = 39, \quad y = 1 - 39 = -38, \quad x + y = 1$$

мұнда $(39; -38)$ бұл сандар жұбы біздің шартты қанағаттандырмайды, өйткені -38 натурал сан емес.

$x - y = 11$, $2x = 18$, $x = 9$, $y = 7 - 9 = -2$, бұл $(9; -2)$ сандар жұбы $x + y = 7$ теңдігін қанағаттандырмайды.

$x - y = 11$, $2x = 18$, $x = 9$, $y = 11 - 9 = 2$, $(9; 2)$ сандар жұбы $x + y = 7$ теңдігін қанағаттандырады.

Жауабы: Екі жұп сандарды шығарды $x = 39$, ал $y = 38$ және $x = 9$, $y = 2$.

Есеп 8. Үш бөлшектің алымы 1,2,3, сандарына пропорционал, ал бөлімдері 1,5,4 сандарына сәйкесінше пропорционал. Егер, осы үш бөлшектің арифметикалық ортасы тең болса, онда осы бөлшектердің ең кішісі неге тең болады?

Шешуі: x және y алымы мен бөлімінің пропорционалдық коэффициенті болсын. Онда бірінші бөлшек - тең, - екінші бөлшек, - үшінші бөлшек. Шарты бойынша олардың арифметикалық ортасы $(+)$:3, тең, яғни $(+):3 =$, бұдан $x = 1$, $=$. Онда бірінші бөлшек -, - үшінші бөлшек болады. Сонда шығатыны ең кіші бөлшек - ке тең.

Жауабы: Бөлшектің ең кішісі бөлшегі.

Есеп 9. Автомобильдің номері екі екі таңбалы сандардан құралған. Екінші сан бірінші санның орындарын ауыстырғанда шығады, ал екеуінің айырмасы, екі таңбалы санның бірінші санымен екінші санының қосындысына тең. Автомобильдің номері қандай?

Шешуі: Егер бірінші сан $10x + y$ тең болса, онда екінші $10y + x$ сәйкес, ал екеуінің айырмасы $(10x + y) - (10y + x) = 9x - 9y = 9(x - y)$ тең және бұл сол сандардың қосындысына тең, яғни $9(x - y) = x + y$, $= 9$.

x және y натурал сан болғандықтан, олардың қосындысы да натурал сан. $9 -$ натурал сан, ендеше $(x - y) -$ натурал сан, бұдан $x > y$. $x + y = 9k$; $x - y = k$ жүйесін шығарып аламыз, $k -$ натурал сан.

Алгебралық қосынды тәсілін жүйеге пайдаланып,

$x = 5k$, $y = 4k$ шығарамыз, онда $5k + 4k = 9$, $k = 1$, $x = 5$, $y = 4$. *Жауабы:* Автомобильдің номері 54 457.